ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗНАНИЙ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА КРОНА

В.И. Новосельцев
Профессор Воронежского института высоких технологий.

В.А. Сырцов
Директор Центра независимой комплексной экспертизы и сертификации систем и технологий, Москва.

Сущность проблемы. Способность отображать проблемную область, ее факты и закономерности, описывать все эти знания на «языке смыслов», позволяющем понимать и анализировать информацию в процессе управления, прогнозировать характер развития процессов есть одна из основных функций современных информационных систем (ИС). Именно поэтому проблема представления знаний (подчеркнем, не данных, а знаний) привлекает так много внимания специалистов в области информатизации. В этой проблеме много трудных вопросов, окончательные ответы на которые до сих пор не получены. Среди них кардинальный вопрос об адекватном представлении сведений о составе, структуре и алгоритмах функционирования изучаемых или управляемых систем.

Обычно для решения этой задачи используются готовые программные продукты типа Oracle, MSSQL, SyBASE, дополняемые различными программными модулями, в которые по схеме «естественный язык → компьютерная программа» закладываются знания о системе. В результате получается некий конгломерат, в котором первичной выступает программная среда, отражающая в основном предметные знания системе, а декларативные и процедурные знания присутствуют постольку, поскольку это допускают возможности данного программного продукта и квалификация программиста-разработчика.

С развитием языковых средств типа семантических сетей и ролевых фреймов открылись новые более широкие возможности по описанию систем. Кроме того, эти языки позволяют записывать и генерировать правила логического вывода (то есть работать с декларативными знаниями), а также создавать управляющие структуры (то есть оперировать с процедурными знаниями). Вместе с тем на этом пути возникли существенные трудности, главные из которых заключается в том, что:

а) в указанных языковых средствах отсутствуют механизмы компактной записи знаний о системах (логико-формальные записи, отражающие состав и структуру систем, получаются столь сложным, что требуется разработка специальных и весьма сложных методов их «дешифрирования» и анализа);

б) семантические сети и ролевые фреймы позволяют описать топологическую структуру систем только проекциями на оси декартовой системы координат, что явно не достаточно для адекватного представления изучаемых объектов (любая достаточно сложная система «живет» во множестве пространств – функциональных, фазовых и др.);

в) семантические и фреймовые модели не позволяют прогнозировать динамику развития систем, подобно тому как это возможно для моделей систем, представленных с помощью дифференциальных уравнений.

Цель статьи – показать, что преодоление указанных трудностей возможно за счет использования элементов тензорного анализа Крона (компаунд- и мультитензоров).

Краткая историческая справка. Известно, что новое в науке и технологиях часто рождается на стыках разных наук, и тензорный анализ Крона является тому подтверждением. Как заметил в 1949 году Ланжевен, начатое теорией относительности объединение двух, считавшихся независимыми, фундаментальных наук (физики и геометрии) – нашло у Гебриэля Крона (США) новую область приложения – электротехнику. Он показал, каким образом использование наиболее обобщающих геометрий и матричного исчисления, тесно связанного с тензорным исчислением, позволяет упростить и обобщить расчет и конструирование электромашин и электросетей.

В двух монографиях: «Тензорный анализ сетей» и «Исследование сложных систем по частям (диакоптика)», Крон изложил основы оригинальной методологии анализа и расчета технических систем, которая далее для краткости именуется методологией Крона. В своих работах он игнорировал установленный впоследствии в рамках системотехники и системного анализа основной родовой признак сложной системы – неполную предсказуемость ее поведения и все рассмотрение применил к детерминированным сложносоставным системам, состоящим из крупных множеств (сотни и тысячи) различающихся компонентов одной природы. Именно так следует воспринимать применяемое Кроном понятие «сложная система».

Как указывал сам Крон (и это подтвердилось впоследствии), его методология применима к разнородным по природе искусственным детерминированным сложносоставным системам (например, техническим, экономическим, организационным). В этой методологии хорошо различимы две основные составляющие:

- способы описания систем и их компонентов особыми тензорами, анализа и расчета сетей путем решения тензорных уравнений;
- способы расчленения (декомпозиции) сложносоставных систем на части, их исследования (расчета) по частям и последующего синтеза решения для системы в целом.

Работы Крона читаются и воспринимаются с трудом. Во-первых, из-за того, что многие применяемые им понятия и категории не получили в его работах строгого и однозначного определения. Во-вторых, из-за раздробленности текста и большого количества многократных повторений, нередко плохо согласующихся между собой все из-за той же недоопределенности понятий и терминов.

Разработчики информационных систем обычно в той или иной мере знакомы с тензорным исчислением как математической теорией, изучающей непрерывные поля, и с тензором как абстрактным математическим объектом, продолжающим цепочку «скаляр – вектор – матрица». Их представления в этой области (назовем ее МТА – математическим тензорным анализом) чаще всего ограничиваются системой уравнений Максвелла для электромагнитного поля, категориями ротора и дивергенции этого поля, не всегда ассоциируемыми с понятием «тензор».

Крон разработал (по его словам «изобрел как инженер для инженеров») вариант тензорного анализа для исследования не непрерывных, а дискретных систем. Назовем его ТАК – тензорный анализ Крона. В тензорном анализе Крона тензор превратился из абстрактного математического объекта в объект с осязаемым физическим содержанием.

МТА и ТАК ориентированы на разные предметы анализа (исследования) и на существенно различающиеся цели применения предлагаемых ими методов анализа. МТА ориентирован на исследование проблем теории непрерывных полей (непрерывных систем); для этого в МТА формиру-

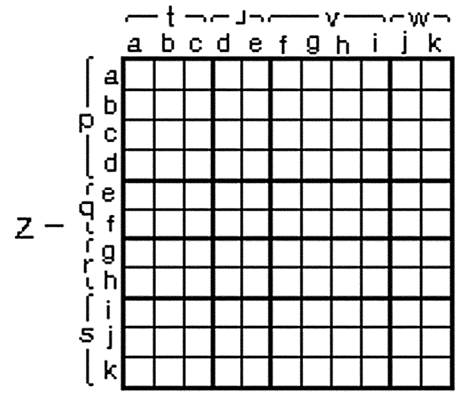

Рис. 1

ются и исследуются так называемые «локальные тензоры в малом». Тензорный анализ Крона ориентирован на описание и исследование дискретных сетей (систем), для чего нужно использовать «глобальные тензоры в целом».

Основная цель МТА – обоснование и описание тензора как абстрактного математического объекта, обоснование правил и алгоритмов составления и решения тензорных уравнений и систем тензорных уравнений. При этом в МТА отчетливо прослеживается тенденция представить тензорами «всеохватывающие» уравнения и получить такие общие закономерности решения тензорных уравнений, которые одинаково пригодны для как можно больших наборов ситуаций и предметных областей.

В отличие от этого цели тензорного анализа Крона – инженерный анализ и синтез, прежде всего реальных материальных сетей передачи электроэнергии и таких их компонентов, как динамо-машины, электродвигатели, трансформаторы и т.п. Попутно Крон доказывает, что его тензорный анализ применим для решения разнообразных инженерных задач любых дискретных систем и сетей.

МТА и ТАК следует рассматривать как обобщение и развитие векторного анализа, базирующееся на таких разделах математики, как дифференциальная геометрия и топология.

Не только Крон, но и другие авторы работ по тензорному анализу подчеркивают следующее. Усвоение этой методологии и тем более ее применение для решения практических задач может быть успешным только в том случае, если ее будущий пользователь сумеет преодолеть инерцию традиций и перестроить свой способ мышления, а также сложившуюся личную шкалу ценностей в области методов анализа явлений реального мира. Прежде всего, это касается того, что вне органической связи с пространством невозможно глубокое, тонкое и адекватное реалиям описание и оценка свойств и возможностей объектов и процессов. Исследователь и проектировщик должны исходить из того, что при перемещениях объекта в пространстве меняются его свойс-

$$Z = \begin{array}{c|cccc} & t & u & v & w \\ \hline p & Z_1 & Z_2 & Z_3 & Z_4 \\ q & Z_5 & Z_6 & Z_7 & Z_8 \\ r & Z_9 & Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ s & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} \end{array}$$

Рис. 2

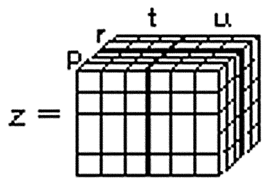

Рис. 3

тва и протекающие в нем процессы. Только при таком подходе можно правильно интерпретировать существо фундаментальной черты тензора как системы функций точки пространства, продуктивно формировать тензоры и использовать их в практических приложениях.

Понятия компаунд- и мультитензор Крона. Обычно специалисты в области информационных систем воспринимают тензоры как чисто абстрактные математические объекты. Вместе с тем это физические объекты, то есть объекты, отражающие знания о реальных процессах и системах. Обладая инвариантностью и экономичностью записи, универсальностью и наращиваемостью аппарата преобразований, тензорные описания позволяют эффективно осуществлять декомпозицию систем и описывать их динамику в различных координатах, и именно в этом заключается их привлекательность для построения баз знаний.

Определение 1. Составной объект, у которой каждый компонент представляет собой объект той же валентности, что и он сам, будем называть компаунд-объектом.

При этом исходный расчленяемый объект может описываться тензором или в частном случае n-матрицей. Таким же образом компоненты каждой части могут представляться тензорами и n-матрицами.

На рис. 1 представлен двухвалентный объект Z, заданный матрицей с фиксированными индексами a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, разделенный горизонтальными и вертикальными жирными линиями на 16 частей. Для представления его компаунд-объектом введены компаунд-индексы p, q, r, s по вертикали и t, u, v, w по горизонтали. На рис. 2 компаунд-объект Z представлен в координатах p, q, r, s, t, u, v, w как состоящий из 16 частей Z_i, $i = \overline{1,16}$. Когда работают с компаунд-объектами (компаунд-тензорами, компаунд-матрицами), в отличие от компаунд-индексов «прежние» индексы a, b, c,… для компаунд-объекта называют отдельными индексами. Каждый фиксированный или переменный компаунд-индекс может представлять несколько фиксированных или переменных отдельных индексов. Так, на рис. 1 компаунд-индекс t представляет отдельные индексы a, b, c.

На рис. 3 графически представлено расчленение трехвалентного объекта двумя ортогональными друг к другу вертикальными плоскостями. И в этом случае сохраняются описанные для двухвалентного объекта правила разделения отдельных и компаунд-индексов (отдельные индексы на рис. 3 не показаны).

С компаунд-матрицей не связывается никакая система координат, тогда как у компаунд-тензора обязательно наличие фиксированных индексов. Если компаунд-матрица не имеет никакой формулы преобразования, то компаунд-тензор имеют каждый свою формулу преобразования. Отдельные индексы компонентов тензора преобразуются при помощи тензора преобразования $C_1 = C^{\alpha}_{\alpha'}$. Для преобразования компаунд-индексов того же тензора нужно пользоваться другим тензором преобразования $C_2 \neq C_1$.

Операции над тензорами. Из приведенного видно, что компаунд-тензоры могут использоваться для представления некоторого объекта его составными частями. При этом привлекательным, с точки зрения представления и преобразования знаний, является то, что над тензорными описаниями выполнимы операции, аналогичные арифметическим и алгебраическим операциям. Но такие операции имеют специфику. Основное правило выполнения операций над тензорами состоит в том, что никакие соотношения между тензорами недопустимы в разных точках пространства.

Простейшая такая операция – равенство тензоров, выполнима только для тензоров одинаковых типа и ранга в определенной точке $(x^1, x^2, \dots, x^n)$ пространства. Тензоры одного типа и одного ранга A и B равны, если в этой точке равны соответствующие компоненты тензоров относительно некоторой координатной системы. Это записывается как равенство соответствующих компонентов тензоров A и B в каждой координатной системе в таком виде:

$$A^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s}(x^1,x^2,\dots x^n) = B^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s}(x^1,x^2,\dots x^n). \quad (1)$$

Равенство тензоров симметрично, рефлексивно и транзитивно.

Тензор, у которого все компоненты в любой координатной системе равны нулю, называется нуль-тензором.

$$A^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s}(x^1,x^2,\dots x^n) = 0. \quad (2)$$

Сумма C = A + B тензоров одного и того же типа и ранга есть тензор, компоненты которого в каждой координатной системе равны сумме соответствующих компонентов тензоров A и B

$$C^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s} = A^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s} + B^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s}. \quad (3)$$

Сложение векторов коммутативно и ассоциативно.

Произведением B = αA тензора A на скаляр α называется тензор, компоненты которого в каждой координатной системе равны произведениям компонентов тензора A на скаляр α:

$$B^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s} = \alpha A^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s}. \quad (4)$$

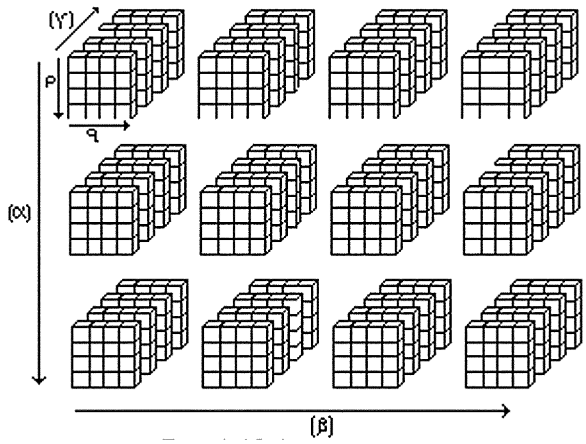

Рис. 4

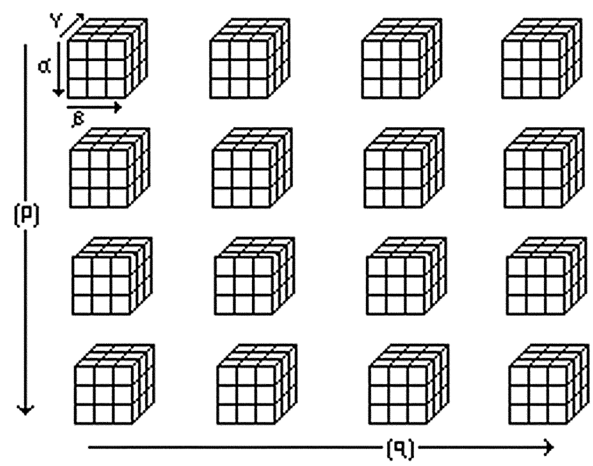

Рис. 5

Умножение тензора на скаляр коммутативно, ассоциативно и дистрибутивно относительно как тензоров, так и скаляров (например, (–1)A = –A есть тензор, противоположный тензору A, то есть A + (–A) = 0).

Свертывание, применимое только к смешанным тензорам, определяется следующим образом. Если в заданном тензоре $A^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s}$ выбрать какой-нибудь верхний индекс и какой-нибудь нижний индекс и просуммировать все компоненты такого тензора с совпадающими значениями выбранных индексов, то полученные суммы будут компонентами нового тензора A, s–1 раз ковариантного и r–1 раз контравариантного. Кроме того, что тензор может быть свернут различными способами (выбор разных пар индексов), свертывание может быть повторено несколько раз (и каждое свертывание снижает на единицу ранг тензора).

Для тензоров различают внешнее и внутреннее произведения. Для определения произведений тензоров нужно пользоваться понятием веса W тензора. Тензором A веса W, r раз контравариантным и s раз ковариантным называется объект, определяемый в каждой координатной системе n^{r+s} упорядоченными компонентами, которые при переходе к новой системе координат преобразуются по закону

$$\bar{A}^{k_1,k_2,\dots k_r}_{k'_1,k'_2,\dots k'_s} = \frac{d\bar{x}^{k_1}}{dx^{i_1}}\frac{d\bar{x}^{k_2}}{dx^{i_2}}\cdots\frac{d\bar{x}^{k_r}}{dx^{i_s}}\frac{d\bar{x}^{i_1}}{dx^{k'_1}}\frac{d\bar{x}^{i_2}}{dx^{K'_2}}\cdots \frac{d\bar{x}^{i_r}}{dx^{k'_s}} A^{i_1,i_2,\dots i_r}_{i_1,i_2,\dots i_s}\left[\frac{d(x^1,x^2,\dots x^n)}{d(\bar{x}^1,\bar{x}^2,\dots\bar{x}^n)}\right]^W. \qquad (5)$$

Произведением C = AB (внешним) двух тензоров A и B веса W и W′, соответственно, определяемых компонентами $A^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s}$ и $B^{k_1,k_2,\dots,k_p}_{k_1,k_2,\dots,k_q}$, называется тензор с компонентами

$$C^{i_1,i_2,\dots,i_r,k_1,k_2,\dots,k_p}_{i_1,i_2,\dots,i_s,k_1,k_2,\dots,k_q} = A^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s} B^{k_1,k_2,\dots,k_p}_{k_1,k_2,\dots,k_q}. \qquad (6)$$

Частным случаем внешнего произведения является произведение тензоров. Произведение AB является тензором веса W+W′, r+p раз контравариантным и s+q раз ковариантным. Умножение тензоров ассоциативно и дистрибутивно относительно сложения, но, в общем случае, не коммутативно в связи с тем, что порядок следования индексов менять нельзя. Примеры произведений: $a^i b^k = A^{ib}$; $a^i b_k = A^i_k$.

От произведения и внешнего произведения тензоров отличается внутреннее произведение двух тензоров. Оно определяется для таких двух тензоров, которые можно свернуть таким образом, что в каждом из слагаемых один или несколько верхних индексов компонента $A^{i_1,i_2,\dots,i_r}_{i_1,i_2,\dots,i_s}$ будут совпадать с одним или несколькими нижними индексами компонента $B^{k_1,k_2,\dots,k_p}_{k_1,k_2,\dots,k_q}$. В этом случае полученные суммы будут служить компонентами нового тензора, называемого внутренним произведением тензоров A и B. Например: $a^i b_i = \gamma$; $A^i_k a^k = c^i$.

Каждое внутреннее произведение (внутреннее умножение) тензоров A и B является тензором того же веса, что и AB. Ранг внутреннего произведения представляется разницей между рангом внешнего произведения AB и числом попарно взятых индексов, по которым производилось суммирование. Выше представление о компаунд-тензоре формировалось на примере расчленения некоторого исходного тензора на части, имеющие ту же, что и исходный тензор, валентность. Нетрудно представить и обратный порядок формирования компаунд-тензора из нескольких тензоров той же валентности.

Когда речь идет о совокупности тензоров разной валентности, используется понятие мультитензора.

Определение. Тензор, содержащий два или более множества индексов, когда каждое множество индексов относится к различным множествам систем координат, называется мультитензором. При этом базовая буква тензора может иметь различное число индексов в различных координатах.

Например, $z^{pqr}_{\alpha\beta}$ является ковариантным тензором валентности два в α-координатах и контравариантным тензором валентности три в p-координатах. Соответственно, матрицы преобразования $C_{\alpha'}^{\alpha}$ и $C_{p'}^{p}$ относятся к разным группам. Важно иметь в виду, что основная буква может быть тензором в одних координатах и n-матрицей в других координатах. Так, например, $A_{\alpha(p)(q)}$ является вектором в α-координатах и одновременно 2-матрицей в p-координатах (заметим при этом, что альфакоординатная система может быть преобразована к α' с помощью $C_{\alpha'}^{\alpha}$, но закрытые индексы при этом не преобразуются).

Мультитензоры представляются так же, как и обычные тензоры, но у них вдоль различных направлений число фиксированных индексов различно. Например, если для $A^{\alpha p q}$ (см. рис. 4) существует семь осей в α-координатах и пять осей в p-координатах, то число компонентов $A^{\alpha p q}$ $7 \times 5 \times 5 = 175$. При этом, когда α-координаты временно не меняются (когда α – закрытый индекс, т.е. $A^{(\alpha) p q}$), тогда тензор является совокупностью семи 2-тензоров A^{pq}, расположенных в столбец, а когда индексы p и q рассматриваются как закрытые индексы ($A^{\alpha(p)(q)}$), тогда тензор – множество из $5^2 = 25$ векторов. Соответственно на рис. 4 представлена совокупность $к^3$ 2-тензоров $A^{\alpha\beta\gamma(p)(q)}$, а на рис. 5 – совокупность $к^2$ 2-тензоров $A^{\alpha\beta\gamma(p)(q)}$.

Мультитензор можно расчленить на составляющие тензоры и прийти к компаунд-мультитензору.

Заключение. Как следует из вышеизложенного, несомненным достоинством мультитензоров и компаунд-мультитензоров (с точки зрения представления знаний о системах) является то, что они обладают большой общностью описания и удобством выполнения промежуточных преобразований, число и сложность которых существенно сокращается по сравнению с традиционным описанием систем в основных переменных. Однако главное достоинство такого представления знаний заключается в том, что открывается дорога к формальному описанию процесса функционирования систем в виде тензорных уравнений, решение которых дает возможность прогнозировать динамику их развития.

При написании статьи использованы материалы В.И. Кузнецова, за что авторы приносят ему свою искреннюю благодарность.

ИТОГИ СЕДЬМОЙ РОССИЙСКОЙ ВЕНЧУРНОЙ ЯРМАРКИ

Подведены итоги конкурса среди компаний – участников Седьмой российской венчурной ярмарки, организованной в рамках Российского венчурного форума (Санкт-Петербург, 10-11 октября 2006 года). Из 68 компаний, представленных на стендах, Судейская комиссия отобрала лучших в девяти номинациях.

В номинации «Лучшая компания» победителем была признана фирма ООО «Конвейер» (Брянск), которая разработала и изготавливает современные пожаробезопасные беспросыпные ленточные конвейеры с повышенными эксплуатационными свойствами, обеспечивающие существенное энергосбережение.

В номинации «Лучший маркетинг» победила фирма ООО «НПФ «Традиция» (Москва), разрабатывающая программные системы и решения для управления безопасностью подвижных объектов, электронного маркетинга и трехмерного моделирования, интерактивное терминальное оборудование и программное обеспечение для него.

В номинации «Лучший менеджмент» победителем стала фирма ООО НПП «Мелитта» (Москва), занимающаяся разработкой и выпуском новых высокоэффективные средств обеззараживания воздуха.

В номинации «Лучшая презентация» победила компания ООО «Береста-ЭкоДом» (Нижний Новгород), которая производит бетулин – экстракт бересты для пищевой и фармацевтической промышленности.

В номинации «За успех на российском рынке» была признана победителем компания ООО «Кронвет» (Санкт-Петербург), разрабатывающая инактивированные моно- и поливалентные вакцины против инфекционных болезней сельскохозяйственной птицы.

В номинации «За успех на международном рынке» победила фирма ООО «Циркон» (Владивосток), которая занимается производством хирургических скальпелей многоразового использования с лезвиями из биосовместимого наноматериала «Zytria».

В номинации «Оригинальная бизнес-идея» победителем стала компания ЗАО «Электрохимические источники тока» («ЭЛИТ», Курск), которая производит электрохимические суперконденсаторы и системы на их основе.

В номинации «Перспективный бизнес» победила фирма ОАО «НТЦ РАТЭК» (Санкт-Петербург), занимающаяся разработкой и производством установок обнаружения любых видов взрывчатых, радиоактивных и делящихся веществ на основе метода нейтронного радиационного анализа.

В номинации «Лучший проект экспериментальной площадки РОСАТОМА» лучшим был признан проект «Производство стентов» ФГУП СНПО «Красная звезда» (Москва).

www.rvf.ru